



Donald in Mathemagic Land, Walt Disney, 1959.

MATHS ET TUIC

CYCLE 3

Le numérique au service de l'enseignement des mathématiques

Introduction

- Les outils numériques apportent une aide à l'enseignement des mathématiques. Ils sont nombreux et peuvent être utilisés à tous les niveaux de l'acte d'enseigner, qu'il s'agisse de faciliter une présentation collective, de faciliter les apprentissages ou de consolider les notions étudiées.
- L'utilisation des outils numériques peut se faire en autonomie, à l'école ou à la maison, apportent une dimension ludique qui amène une motivation extrinsèque non négligeable.
- Mais il faut, lorsque l'on utilise un outil numérique, l'analyser comme une variable de la situation d'apprentissage et donc se poser la question de la plus-value et de ses limites.

Contenu de la formation

Sommaire

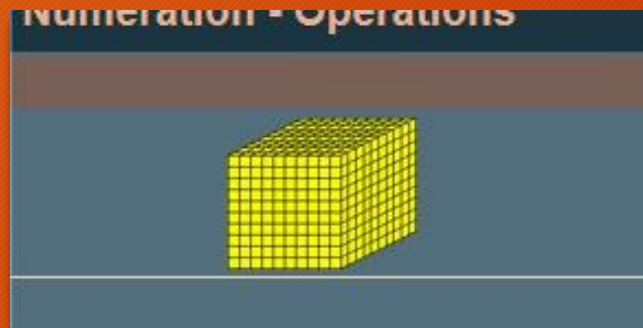


Les nouveaux programmes 2015

Les continuités et nouveautés par rapport aux programmes de 2008

La place du numérique dans les programmes de mathématiques au cycle 3

Quelques écueils rencontrés.



Des outils numériques pour faciliter l'enseignement des mathématiques, l'entraînement.



La résolution de problèmes présentés différemment et utilisation des tableurs

Première Partie

Institutionnel

Les programmes et quelques écueils

Les enseignements

Programme
2016

Les « compétences travaillées » en mathématiques, en rapport avec les domaines du S4C

- Chercher (domaines 2, 4)
 - Modéliser (1, 2, 4)
 - Représenter (1, 5)
 - Reasonner (2, 3, 4)
 - Calculer (4)
- Communiquer (1, 3)

Un classement « traditionnel » des attendus

- Nombres et calculs
- Grandeurs et mesures
- Espace et géométrie

Rappel 2008

Nombres et calcul

Géométrie

Grandeurs et mesure

Organisation et gestion des données

Nombres et calculs

Attendus de fin de cycle 3

- Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux.
- Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.
- Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul.

Nombres et calculs

Nombres

Continuités / Nouveautés

Continuités	Nouveautés
Connaître, savoir écrire nommer, comparer, ranger, encadrer les nombres entiers jusqu'au milliard en CM2	Jusqu'au milliard en CM1 en 2008 → jusqu'au million en CM1 en 2015 Composer, décomposer des grands nombres entiers en utilisant des regroupements par milliers Repérer et placer les nombres entiers sur une demi-droite graduée adaptée
Utiliser une fraction pour exprimer un quotient a/b	Utilisation de la bande numérique et la demi-droite graduée pour donner à la fraction son statut de nombre et visualiser la comparaison de 2 fractions usuelles. Somme de deux fractions décimales ou de deux fractions de même dénominateur
Utiliser et représenter les nombres décimaux	Donner une valeur approchée à l'unité près, au dixième ou au centième près

Nombres et calculs

Calculs

Continuités / Nouveautés

Continuités	Nouveautés
Calcul avec les nombres entiers et décimaux Addition, soustraction, multiplication, division.	<ul style="list-style-type: none">• Propriétés de commutativité, associativité et distributivité de l'addition et la multiplication (sans le vocabulaire)• Nécessité de travailler les multiples d'un nombre (encadrer un nombre entre deux multiples consécutifs) pour traiter la division euclidienne• Division décimale de deux entiers en CM1 en 2008 → CM2 en 2015• Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier en CM1 en 2008 → CM2 en 2015
Calcul mental sur nombres entiers et décimaux	Ne se limite pas à la connaissance de faits numériques (tables) mais mobilisation de procédures de plus en plus complexes

Nombres et calculs

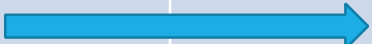



Continuités / Nouveautés

Calculs

Continuités	Nouveautés
	Calcul en ligne : utiliser des parenthèses dans des situations très simples, règles d'usage des parenthèses
Calcul instrumenté : utiliser la calculatrice	Priorité de la multiplication sur l'addition et la soustraction. Usage des parenthèses
Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul Problèmes relevant des 4 opérations Problèmes relevant de la proportionnalité	En 2008 : Organisation et gestion de données
Grandeurs et mesures	« Grandeurs et mesures » : occasions de travailler les nombres décimaux. Unités relatives aux longueurs : relations entre les unités de longueur et les unités de numération.






Repères de progressivité

Repères

	CM1	CM2	6ème
Conceptualisation des nombres	1 000 000		milliard
Fractions et décimaux	Fractions simples et décimales		
	Décimaux au centième		Décimaux au dix-millième
	Différentes conceptions possibles de la fraction, du partage, de grandeurs		Quotient de deux nombres entiers

Repères de progressivité

Repères

	CM1	CM2	6ème
Calcul mental	Nombres entiers		Nombres décimaux
Techniques opératoires	Addition, soustraction de décimaux		Multiplication de 2 nombres décimaux
		Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier 	
	Division euclidienne sur des entiers		Division de 2 nombres entiers avec quotient décimal / Division d'un décimal par un entier 

Repères de progressivité

Repères

	CM1	CM2	6ème
Problèmes additifs, soustractifs, multiplicatifs, division*			Automatisation de la reconnaissance de l'opération pertinente pour résoudre un problème
Nombres mis en jeu dans les problèmes	Entiers	Entiers Décimaux	Entiers Décimaux
Une ou plusieurs étapes indiquées dans l'énoncé			Organisation de données multiples ou construction d'une démarche
Supports pour la prise d'informations	Support unique (texte, tableau ou représentation graphique)	Deux supports complémentaires	Plusieurs supports

La place du numérique dans les programmes

Domaine 2

Les méthodes et outils pour apprendre

La maîtrise des techniques et la connaissance des règles des outils numériques se construisent notamment à travers l'enseignement des sciences et de la technologie où les élèves apprennent à connaître l'organisation d'un environnement numérique et à utiliser différents périphériques ainsi que des logiciels de traitement de données numériques (images, textes, sons...). **En mathématiques, ils apprennent à utiliser des logiciels de calculs et d'initiation à la programmation.**

Mathématiques

En complément de l'usage du papier, du crayon et de la manipulation d'objets concrets, les outils numériques sont progressivement introduits. Ainsi, l'usage de logiciels de calcul et de numération permet d'approfondir les connaissances des propriétés des nombres et des opérations comme d'accroître la maîtrise de certaines techniques de calculs. De même, des activités géométriques

Les algorithmes...la base de l'informatique

Histoire

Un ordinateur est à la base une machine capable d'exécuter des algorithmes. Les algorithmes sont par définition des procédés systématiques permettant de traiter des informations.

On retrouvera des algorithmes dans les mathématiques, par exemple les techniques opératoires pour poser des opérations, des algorithmes pour tracer des figures géométriques.



Al-Khwarizmi est un savant Perse qui a cherché à fournir des outils pour résoudre des problèmes de la vie quotidienne. Chaque procédure qu'il fournit pour résoudre les calculs est un enchaînement d'instructions qui sont des manipulations sur les nombres. Plus tard le nom d'Al-Khwarizmi sera traduit en Algorismi en latin et donnera plus tard le nom d'Algorithme.

Quelques écueils

CNESCO

Erreurs courantes	Cause	Piste pour remédier
$3,82 > 3,9$	L'élève compare les nombres formés par les chiffres après la virgule : $82 > 9$ donc $3,82 > 3,9$	<p>$3,82$ et $3,9$ ont la même partie entière, on commence par regarder le chiffre des dixièmes¹ : $8 < 9$, donc $3,82 < 3,9$.</p> <p>$3,82$ c'est 3 unités et 82 centièmes, $3,9$ c'est 3 unités et 9 dixièmes, c'est-à-dire 3 unités et 90 centièmes et 90 centièmes est plus grand que 82 centièmes.</p> <p>On peut aussi revenir à la représentation de 12 centièmes et de 9 dixièmes (droite graduée, carré partagé en 100...).</p>

Quelques écueils

Erreurs courantes	Cause	Piste pour remédier
$1/4 = 1,4$ $23/10 = 23,10$	Le trait de fraction est vu comme un « séparateur » entre deux entiers, au même titre que la virgule.	On peut comparer par rapport à l'unité : 1,4 c'est 1 unité et 4 dixièmes, 14 c'est moins que 44, donc plus petit qu'une unité. On peut aussi recourir à un encadrement : $2 < 23/10 < 3$ et $23 < 23,10 < 24$, ou encore à un ordre de grandeur

Quelques écueils

Erreurs courantes	Cause	Piste pour remédier
$2,4 + 3,15 = 5,19$	Ce type d'erreur témoigne du fait que l'écriture à virgule, dans le système décimal, n'est pas comprise et pas mise en lien avec les fractions décimales.	$2,4 + 3,15 = 2$ unités et 4 dixièmes + 3 unités et 15 centièmes $= 5$ unités + 4 dixièmes + 15 centièmes $= 5$ unités + 40 centièmes + 15 centièmes $= 5$ unités et 55 centièmes $= 5,55$ Ou encore : $2,4 + 3,15 = 2$ unités et 4 dixièmes + 3 unités et 15 centièmes $= 5$ unités + 4 dixièmes + 15 centièmes $= 5$ unités + 4 dixièmes + 1 dixième + 5 centièmes $= 5$ unités + 5 dixièmes + 5 centièmes $= 5,55$

Quelques écueils

123,76

Cent-vingt-trois unités et
soixante-seize centièmes

CNESCO

Erreurs courantes	Cause	Piste pour remédier
<p>Confusion entre « dizaine » et « dixième », une dizaine < une centaine MAIS un dixième > un centième</p> <p>2 unités et 7 centièmes = 2,007</p>	<p>Les sonorités des mots sont proches, d'où le risque de confusion accentué. Il n'y a pas de « symétrie » du vocabulaire des unités de numération par rapport à la virgule mais par rapport à l'unité.</p>	<p>Le préfixe « ième » se construit dès l'introduction des fractions simples (<i>cinquièmes</i>, <i>septièmes</i> de l'unité...), il est associé à un fractionnement de l'unité en parts plus petites.</p> <p>Il est nécessaire de retravailler le principe de position : le chiffre à droite de l'unité a une valeur dix fois plus petite que le chiffre des unités.</p> <p>Pour les premiers affichages d'écritures à virgule de nombres, la focale doit être mise sur le chiffre des unités, c'est autour de ce chiffre que s'exerce une symétrie dizaine/dixième, centaine/centième, etc. C'est donc le chiffre des unités qui est en rouge et non la virgule.</p>

Les ordinateurs et les mathématiques

Aujourd'hui, les ordinateurs utilisent le système binaire pour représenter les informations. Ce système tient son nom du fait qu'il n'utilise que deux chiffres différents : **0** et **1**. Il est également connu sous le nom « base deux »

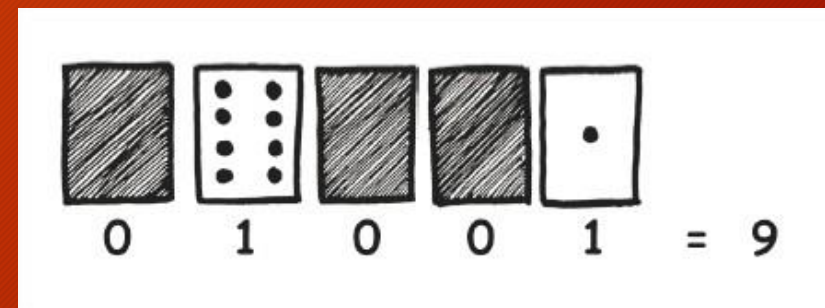
1	0
1	0

En base 10, $10 = 10 \times 1$

En base 2, $10 = 2 \times 1$

Attention en base 2, 10 est l'écriture binaire de 2

Petite activité facile à mettre en œuvre pour représenter les nombres en écriture binaire.



Quelques écueils

$$12,37 \times 10 = 123,7$$

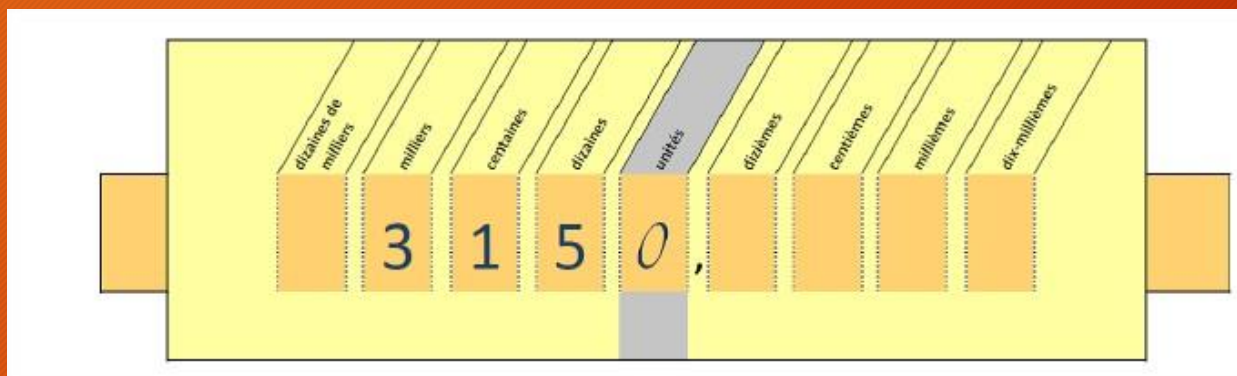
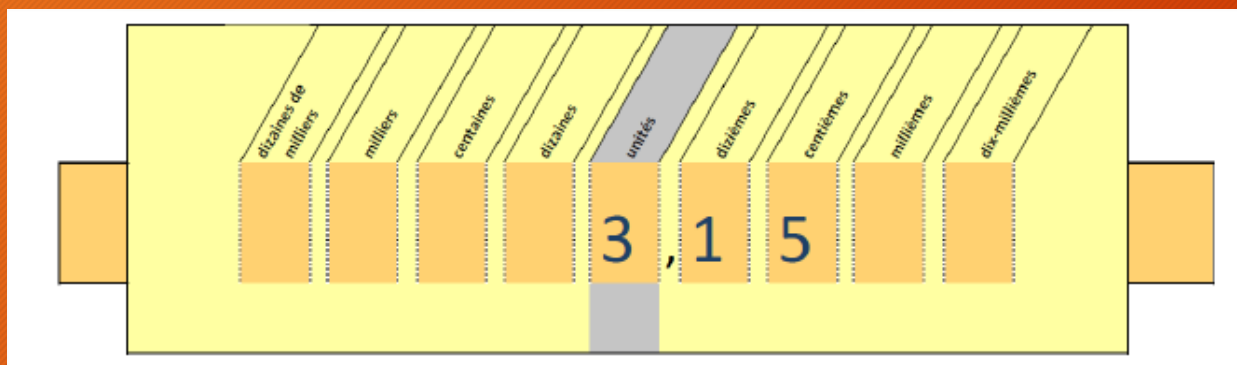
CNESCO

Erreurs courantes	Cause	Piste pour remédier
$2,37 \times 10 = 2,370$ $2,37 \times 10 = 20,37$	<p>L'élève transfère une règle qu'il a pu construire avec les entiers : « multiplier par 10, c'est ajouter un zéro ».</p> <p>Cette erreur se cumule dans le deuxième cas avec la construction du nombre décimal comme juxtaposition de deux entiers.</p>	<p>Utiliser la même règle de multiplication par 10, 100, 1000 avec les entiers et avec les nombres décimaux : multiplier par 10, c'est donner à chaque chiffre une valeur 10 fois plus grande, le chiffre des unités devient donc le chiffre des dizaines, le chiffre des dixièmes devient celui des unités, etc.</p> <p>12,37 c'est 12 unités, 3 dixièmes et 7 centièmes 12,37 \times 10 c'est donc 12 dizaines, 3 unités et 7 dixièmes, donc 123,7.</p> <p>Il est important que les élèves ne construisent pas la représentation d'une virgule qui se déplace. En l'occurrence, ce sont les chiffres qui se « déplacent » (Cf. L'annexe sur le glisse-nombre).</p>

Le Glisse-Nombre (source Eduscol)

La
numération
décimale

Le « glisse-nombre » est un outil permettant d'illustrer le fait que lorsque l'on multiplie ou divise un nombre par une puissance de 10 ce n'est pas la virgule qui se déplace mais les chiffres qui composent le nombre qui prennent une valeur 10 fois supérieure ou 10 fois inférieure.



$$3,15 \times 1000$$

Chaque chiffre prend une valeur 1000 fois supérieure : 3 unités deviennent 3 milliers, 1 dixième devient 1 centaine et 5 centièmes deviennent 5 dizaines. Il est nécessaire d'introduire un 0 pour marquer l'absence d'unité.

Deuxième Partie

Enseigner

Des outils pour préparer la classe, pour s'entraîner et pour effectuer des manipulations virtuelles

Des outils adaptés à différentes situations

Catégoriser

Catégorie	Utilisateur/exemple	Matériel	Commentaires
1 : Préparation de classe	Prof : Site Micetf	Ordinateur personnel	Des générateurs paramétrables.
2 : Support de cours	Prof/Elèves : Manipulation virtuelle, vidéos fondamentaux	1 vidéoprojecteur + 1 ordinateur, 1 clavier et 1 souris sans fil.	Permet d'enrichir les leçons, d'illustrer des notions
3 : Entraînement systématique sans suivi des résultats	Elèves : logiciels éducatifs.fr	Postes fixes ou classe mobile (3 postes min.)	Demande la mise en place d'une fiche de suivi à minima
4 : Entraînement avec suivi des résultats et progression	Elèves : application Primaths, Calculatrice	Postes fixes ou classe mobile (3 postes min.)	
5: Interactivité, travail collaboratif, démonstration	Elèves : Padlet - Moovly - tableur -	Classe mobile (8 postes) - réseau - internet	Utilisation d'outils non forcément liés à la discipline.

La place du jeu dans les mathématiques

Le jeu peut-être un outil pertinent à différents moments des apprentissages :

- Introduire de façon ludique une nouvelle notion.
- Construire des automatismes en faisant faire des exercices répétitifs
- Approfondir et remédier

Et aussi...

- parce que les mathématiques sont vivantes et se prêtent facilement aux activités ludiques
- parce que l'écrit n'est pas obligatoire
- parce que la manipulation, le réinvestissement donne du sens aux apprentissages
- parce que jouer est naturel chez les enfants...et les adultes
- parce que jouer développe des attitudes sociales (interaction, collaboration, entraide...)

<http://www.math.unicaen.fr/irem/j2m/fujiyamaths/>

La place du jeu et la motivation

Le contexte d'apprentissage est important. Au cours d'un jeu, le contexte se veut convivial avant tout. L'utilisation du jeu permet de changer l'image rébarbative que peuvent avoir les mathématiques pour certains élèves et ainsi les mobiliser davantage.

Il ne s'agit pas de ludifier à outrance, certains jeux proposés sur les sites précédents ajoutent de la difficulté :

- Maniement de la souris.
- Utilisation du pavé numérique
- Aucune trace et aucun contrôle de l'activité (hasard, respect de la consigne...).

Ce sont des activités d'entraînement qui doivent développer la rapidité. Il est fortement conseillé de fournir aux élèves une fiche qui leur permet de noter le jeu effectué et le score obtenu.

La place du jeu et la motivation

<http://www.logicieleducatif.fr/>

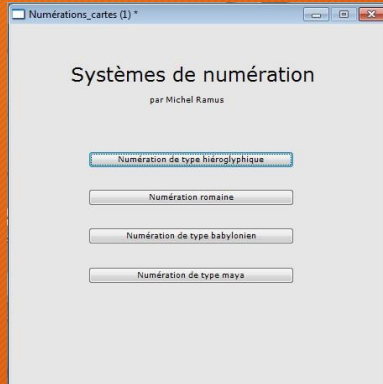


<http://www.jeuxmaths.fr/>



Des logiciels et applications en ligne pour l'entraînement et favoriser la systématisation

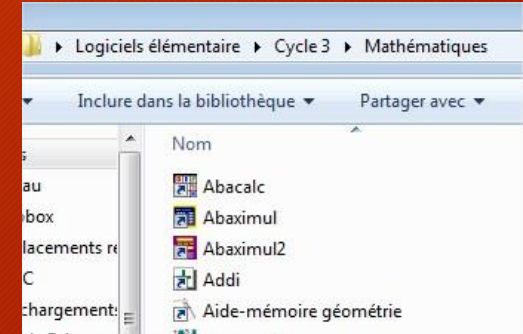
Logiciels



Numération pour construire un concept de représentation des nombres.



Des logiciels d'entraînement avec parfois la possibilité d'un suivi.



Des logiciels et applications en ligne pour l'entraînement et favoriser la systématisation

En ligne

Les sites sélectionnés pour l'entraînement systématique aux calculs en vue d'acquérir des automatismes et de mémoriser des faits numériques :

<http://www.mathador.fr/solo.php>

<http://calculatice.ac-lille.fr/calculatice/spip.php?rubrique2>

<http://www.clicmaclasse.fr/activites/labynombres/laby.php>

<http://multix.fr/>

<http://education.francetv.fr/matiere/mathematiques/cp/jeu/speedy-calculo>

http://www.acamus.net/index.php?option=com_content&view=article&id=305&catid=41&Itemid=219

(Les trios)

Les manipulations virtuelles

Introduction

Les manipulations virtuelles de fractions, de lignes graduées, des tableaux de numérations...présentent l'avantage d'avoir à portée de main des outils utilisés régulièrement en classe sans avoir du opérer un achat, fabriquer son matériel... Ces outils sont disponibles rapidement, en quantité illimité, ils ne s'usent pas, ne s'abîment pas.

De plus en utilisation collective avec un TNI ou un vidéoprojecteur, la manipulation est visible de tous (car la démonstration se fait sur un plan vertical).

Précisons que ces outils ne dispensent absolument pas l'enseignant de proposer à ses élèves des situations de manipulation à partir des objets réels.



Les manipulations virtuelles

Introduction



Virtual manipulative



Tableau de numération



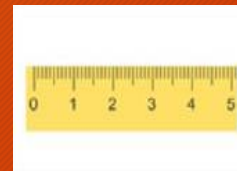
Tableau des nombres



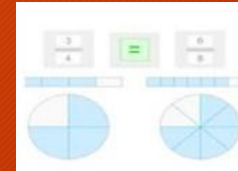
Horloge virtuelle



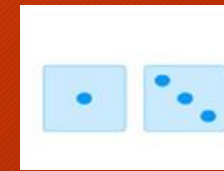
Monnaie



Règle



Fractions 1



Dès



Dessin sur quadrillage



Fractions 2



Géoboard



Jetons



Ligne des nombres



Système décimal



Boulier



Forme



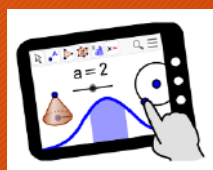
Balance interactive



Thermomètre virtuel



Instruments poche



Géogébra

D'après un travail de recensement de Mickaël Dubost,
CPD TICE 87

Des outils pour préparer la classe ou enseigner

Logiciels

<http://nlvm.usu.edu/fr/nav/vlibrary.html>

<http://calculatice.ac-lille.fr/calculatice/ressources-tni/index.php>

http://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/?ouvrage=cscm2_2012

<http://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/accueil.html>

http://cmonie.pagesperso-orange.fr/maths/flash/droite_graduee.htm

<http://www.mathlearningcenter.org/web-apps/number-pieces/>

<http://catalog.mathlearningcenter.org/apps>

L'excellent site Micetf

<http://micetf.fr/Fractions/generateur/#ligne>

<http://micetf.fr/Compteur/index.php?c=milliards>

<http://micetf.fr/numop/>

<http://micetf.fr/operations/>

<http://micetf.fr/Problemes/>

Et bien plus encore... <http://micetf.fr>

<http://nrich.maths.org/content/id/4348/cuisenaire.swf>

Troisième Partie

Pédagogie

La résolution de problèmes présentées autrement et le tableur pour résoudre des problèmes

Des situations problèmes à partir de situations réelles

En ligne

Le projet Maths en vie propose des situations de la vie réelle qui pourront inspirer la création et la résolution de problèmes.

Avec les outils numériques on peut facilement photographier, filmer, enregistrer un son...



Quelles questions pourraient-on se poser ?

<http://www.ac-grenoble.fr/ien.st-gervais/mathsenvie/?lang=fr>

Des situations problèmes à partir de situations réelles

En ligne

Le projet Maths en vie propose des situations de la vie réelle qui pourront inspirer la création et la résolution de problèmes.

Avec les outils numériques on peut facilement photographier, filmer, enregistrer un son...



- 1 - Combien y a-t-il de voitures dans le parking ?
- 2 - Combien de places sont occupées ?

http://gdm-62.etab.ac-lille.fr/Enigmathic/page_cm1.php

<http://www.semainedesmaths.ulaval.ca/eleves-du-primaire/enigmes/>

Le calcul instrumenté

Eduscol

Le calcul instrumenté est un calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils, ou logiciels (abaque, boulier, calculatrice, tableur, etc.).

Dans les situations de calculs répétitifs (tests, essais, ajustements), les instruments technologiques (calculatrice, tableur, logiciels) se révèlent pertinents. L'utilisation de ces outils nécessite un apprentissage spécifique qui doit se faire de manière progressive.

Dans le cadre du développement de l'esprit critique, l'élève apprend à utiliser la calculatrice pour vérifier les résultats obtenus à l'issue d'un calcul mental, en ligne ou posé.

Quelle utilisation réelle dans les classes ?

Force est de constater que le tableur est très peu utilisé dans les classes alors que c'est un très bon outil pédagogique, qui peut-être utilisé de manière riche et simple à la fois. Parmi tous les logiciels courants, le tableur n'est pas fermé. Les pistes d'exploitation sont nombreuses et ses utilisations variées. En contrepartie, il nécessite une formation plus approfondie que celle, bien souvent autodidacte, qui permet d'utiliser les autres logiciels.

Le calcul instrumenté

Calculatrice
et tableur

La calculatrice : <http://revue.sesamath.net/spip.php?article143>

- Outil de vérification des résultats (avec erreur possible...)
- Outil pour décharger l'élève de la partie calcul lors de résolution de problèmes (permet de faire des tests avant validation de son calcul).
- Outil pour installer des faits numériques en réitérant plusieurs fois un calcul avec des valeurs différentes
- Outils pour faire des recherches : Est-il possible de disposer « en carré » 324 choux ?

Le tableur : <http://revue.sesamath.net/spip.php?article53>

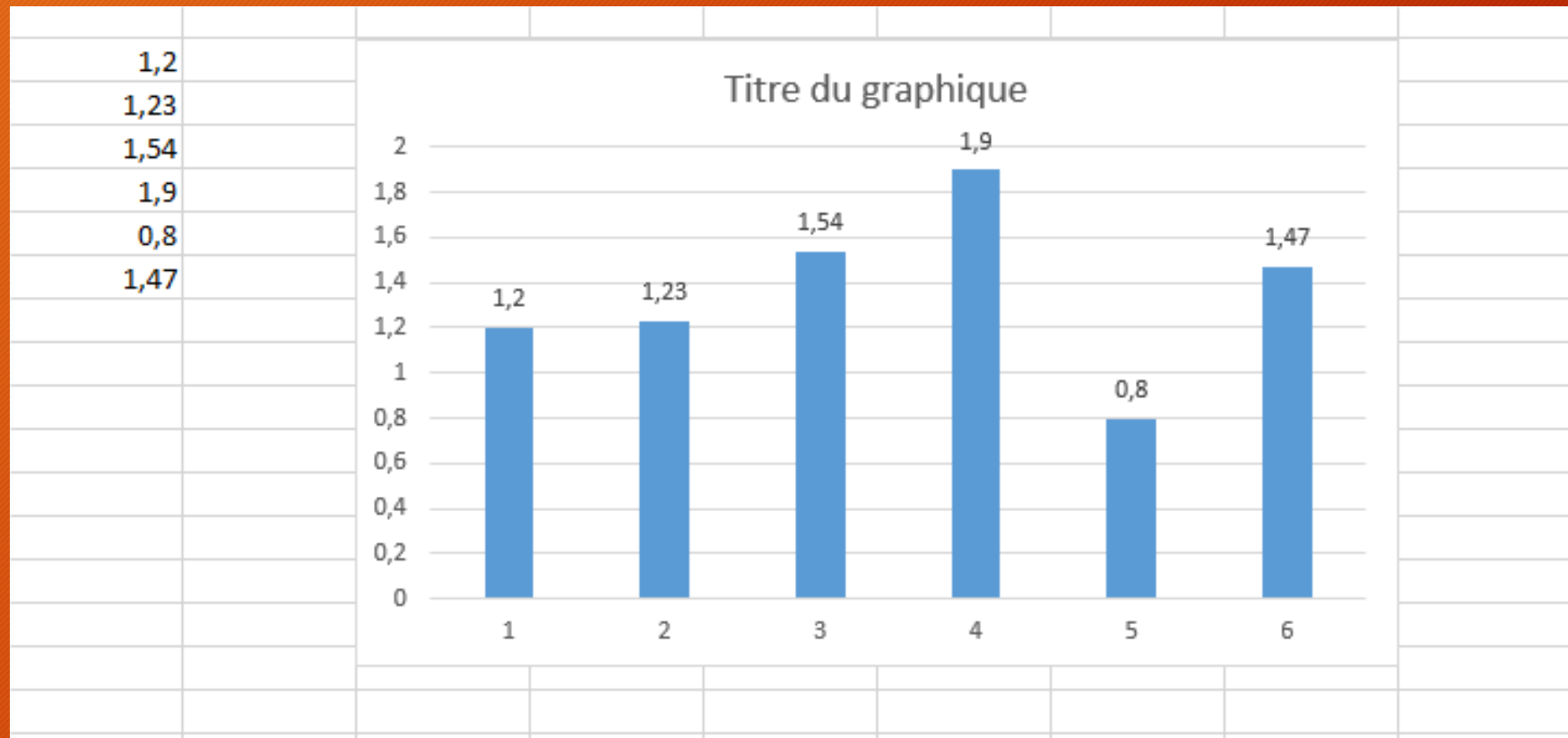
- Utiliser le tableur pour rechercher des solutions à un problème et valider la meilleure solution
- S'appuyer sur les formules de calcul d'un tableur pour construire la notion de nombres
- Faire des recherches en mettant en forme un problème et en utilisant les fonctions de base d'un tableur

VOIR DOSSIER JOINT ET EXEMPLES.

Le calcul instrumenté

Calculatrice
et tableur

Exemple : comparaison de décimaux à l'aide d'un tableur et d'un graphique.



Conclusion

Le calcul est aujourd'hui largement produit par les machines, apprendre à calculer prend alors un autre sens : la priorité passe au calcul mental, à la manipulation du nombre.

Pour s'entraîner, visualiser, comprendre, les outils en ligne ne manquent pas. Que ce soit des productions individuelles* (on référence une soixantaine de sites produits par des enseignants sur Eklablog), ou grâce à de nombreuses ressources associatives** qui cherchent à mettre l'enseignement des mathématiques à la portée de tous.

La création de vidéos, les outils collaboratifs (journal du nombre) sont aussi autant de moyens pour s'exprimer avec les outils numériques. L'enseignement des mathématiques n'est plus frontal et limité au temps de classe, à une pédagogie et à un manuel.

Le numérique bouleverse les lieux, les temps et les méthodes pour apprendre..., mais reste complémentaire à la manipulation, à l'écriture, à l'oral.

La position de l'enseignant est modifiée, mais il reste celui qui décide quelles mathématiques enseigner à l'école primaire pour la réussite de la formation du futur citoyen.

*<https://www.mathslibres.com/>

**<https://fr.khanacademy.org/>